



衛研

技術情報報

VOL.22 NO.4 1998

水処理における膜ろ過技術 一浄水場から家庭用浄水器まで一

1. はじめに

「MAC 21計画」という研究計画をご存じだろうか。これは新しいコンピュータの開発計画?ではなく、水道の新しい浄化システムに関する研究である。MAC 21とは、Membrane(膜) Aqua(水) Century(世紀) 21の略で、最近新しい浄水技術として注目を浴びている「膜ろ過」を水道用の浄化システムに利用するための基盤技術の確立を目的に、平成3年度から6年度にかけて行われた「膜利用型新浄水システム開発研究」のニックネームである。「膜」と「MAC(マック)」の語呂合わせもあるのだろうが、このネーミングには21世紀に向けて革新的水処理技術を確立しようとする意気込みが感じられる。事実、この研究は、大学、国、水処理メーカーおよび関連団体が参加した壮大な規模のナショナルプロジェクトであり、その成果は「小規模水道における膜ろ過施設導入ガイドライン」および「小規模水道における膜ろ過施設維持管理マニュアル」にまとめられている。さらに平成6年度からは、次のステップとして、消毒副生成物、農薬、かび臭物質等の除去を目的にした「高度処理MAC 21計画」が3年計画でスタートし、それが終了した現在、興味ある成果が続々と発表されている。

一方厚生省では、MAC 21の成果をうけて平成6年11月に「浄水施設における膜ろ過技術の適用について」を各都道府県知事宛に通知しており、これによって「膜ろ過施設」は水道法上の認可対象となっている。県内でも、膜ろ過を利用した浄水施設が2箇所稼働しており、今後増加することが予想される。そこで本稿では、最近の浄水処理の実状、および、この「膜ろ過」による新しい浄水技術について紹介する。

2. 水道の現状と問題点

現在、私達が何気なく使っている水道水は、どこで取水され、どのように浄化されて供給されているか、知っている人は少ないと思う。水源はと言うと、地下水や大きな河川の伏流水を使う場合もあるが、そのほとんどが

表流水、すなわち河川水である。しかも、その取水場所はダムなどの上流ではなく、それよりもずっと下流であり、長良川河口堰のように河口付近である場合も少なくない。したがって、取水されたばかりの水道原水には、土や藻類など様々な異物が混込しているだけでなく、流域の市街地や農地、工場等から流れ込む排水による様々な汚染があり、飲める状態ではない。そこで必要となるのが浄水施設である。

従来より使われている浄水方法は、大きく分けて3種類ある。一つは、『緩速ろ過』と呼ばれる方法で、ろ過池に敷き詰めた砂の表面に、微生物によってろ過膜を形成させ、その生物膜により有機物の生物分解と物理的なろ過を行う「生物ろ過法」とも呼ばれる方法である。この方法は水中の有機物をある程度取り除くことができ、良質の浄水が得られる反面、効率が悪いため、比較的汚染の少ない水にしか適用できない。また、広大な敷地を必要とし、ろ過池の維持管理に多くの人手を要するなど、現在の社会情勢に必ずしもマッチしていない方法である。

もう一つの浄水方法は、『急速ろ過』と呼ばれる方法で、比較的汚染度の高い原水にも適用できるため、最も多くの浄水場で採用されている方法である。この方法は、通常の砂ろ過では除去することができない微粒子状の不純物の除去に「凝集沈殿法」を用いるのが特徴である。すなわち、ポリ塩化アルミニウムなどの凝集剤を原水に加え、含まれているコロイド状の不純物を凝集させて大きな塊(フロック)にした後に、沈殿あるいは砂ろ過で取り除くという方法である。しかしこの方法も、最近問題となっているかび臭物質、農薬あるいはクリプトスポリジウムなどの除去には効果がなく、現状に合わなくなってきた。

このような問題を解決すべく導入されたのが、3番目の方法である『高度処理』である。これは、従来の凝集沈殿法にオゾンによる酸化処理および活性炭による吸着処理を組合せて有機物を分解除去する方法であり、かなり汚染の進んだ原水の処理にも適用でき、自動化も可能である。

しかしこの方法は、設備や運転に莫大な資金が必要で、それが水道料金に跳ね返るという問題がある。

これらとは別に、水道水にはトリハロメタンなどの消毒副生成物の問題がある。これは、上述のいずれの浄水方法でも除くことができなかったフミンなどの有機物と消毒のために加えられた塩素が反応して生成されるもので、有機物と塩素の接触時間が長い、すなわち、浄水場から配水地域までの送水距離が長いほど増加することがわかっている。

3. 膜ろ過

3.1 膜ろ過とは

膜ろ過（Membrane filtration）とは、膜をろ材として水を通し、水中に存在する汚染物質や不純物をろ過して取り除く技術である。したがって、取り除くことができる物質の大きさは、ろ材であるろ過膜の目の細かさによって異なる。

ろ過膜は、そのろ過対象物質によって精密ろ過（Micro filtration, MF）膜、限外ろ過（Ultra filtration, UF）膜、ナノろ過（Nano filtration, NF）膜などに分類される。図1にこれらのろ過膜と除去対象となる物質の大きさを示した。これらろ過膜のうち、現在浄水施設で実際に使われているのはMFとUF膜の2種類である。また、高度処理MAC 21で実験対象となったNF膜は、実用化に向けての検討が進められている段階にある。

3.2 ろ過膜の種類と膜モジュール

ろ過膜は、有機膜と無機膜の2種類に大別される。有機膜の材質はポリエチレン、4-フッ化エチレン、ポリプロピレン、酢酸セルロース等の合成樹脂である。一方、無機膜には酸化アルミニウム、酸化ジルコニウム、酸化チタン、酸化ケイ素等の金属酸化物が使われ、セラミック膜とも呼ばれる。有機膜は、NF膜よりもさらに目の細かい膜の製造も可能であり、製造コストが低いという特徴がある。それに対し、無機膜は、MFおよびUF膜に限られ

分類	溶解成分			懸濁成分		
	イオン	分子	高分子	微粒子	粗粒子	
粒径 μm	0.001 (1 nm)	0.01	0.1	1 (1 μm)	10	100
除去対象物質	イオン 溶解塩類	ウイルス	大腸菌	細菌	藻類・原生動物	土
水分子	水分子	コロイド	粘土	粘土	砂	砂
ろ過膜	NF膜	UF膜	MF膜	砂ろ過	沈殿	

図1 物質の大きさと分離膜

ており、比較的高価であるが、耐熱、耐圧、耐薬品性に優れており、耐用年数は有機膜の倍以上あると言われている。図2に、代表的な有機膜である中空糸膜の断面、および、セラミック膜表面の電子顕微鏡写真を示した。

膜の形状については、平膜、袋状、中空糸状など様々であり、通常これらは、折り畳まれたり、束にされたりしたもののが強固な収納容器に納められた「膜モジュール」という形で販売されている。なかでも有名なものが図3に示した中空糸膜モジュールであるが、他にも膜の材質や形状に合わせた様々な型式のモジュールが考案されている。このようにモジュール化されたろ過膜は、小さな設置面積で大きなろ過面積を確保できるという利点がある。例えば、1m²の設置面積を必要とするモジュール中のろ過膜の有効面積は、100~300m²にもなると言われている。

3.3 ろ過膜の洗浄

ろ過膜に水を通すには、ある程度圧力をかける必要がある。しかし、MFおよびUF膜の操作圧力は、200~300kPa（キロパスカル）すなわち2~3気圧と意外に低い。その理由は、圧を上げ過ぎると膜の表面に溜まるろ過物の付着層が圧密化し、それが抵抗となってろ過速度が落ちてしまうからである。しかし、低い圧力でも長時間ろ過を行えば、ろ膜はいずれ付着物によって目詰まりを起こし機能を停止してしまう。そのため、膜ろ過には一定時間ごとの洗浄操作が不可欠である。つまり、ろ過膜は表面に溜まつたろ過物を洗い流しながら使わないと、長期間にわたり膜の性能を維持できないということである。

洗浄方法には、通常の通水方向とは逆の方向から水を流す逆圧水洗浄等の物理洗浄と、物理洗浄では効果のない蓄積物を、水酸化ナトリウム等の薬品を使って除去する薬品洗浄の2種類がある。洗浄のタイミングは、原水の汚れ具合にもよるが、物理洗浄で10~120分に1回程度、薬品洗浄については数ヶ月に1回程度が一般的である。

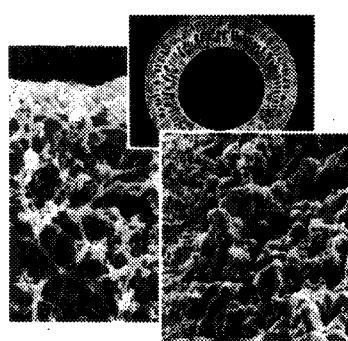


図2 ろ過膜の電子顕微鏡写真
中空糸膜輪切断面（右上）およびその表面部分の拡大（左）
セラミック膜表面（右上）
(財)水道技術研究センターの許可により転載

3.4 膜ろ過の利点と問題点

MFおよびUF膜による膜ろ過の利点をまとめると次のようになる。①懸濁物質、クリプトスボリジウム、細菌等の除去に優れた効果がある。②原水の濁度変動などに関わらず、常に安定した浄水が得られる。③施設の設置スペースが少なく、設置工期も短い。④自動運転が可能であり、維持管理も容易である。

一方、問題点としては次の点があげられる。①かび臭物質、農薬、揮発性有機化合物、消毒副生成物の原因となる有機物、硝酸性窒素、塩素イオンなど溶解性の成分は除去できない。②一定の期間ごとに薬品洗浄が必要であり、洗浄廃液の処理も必要である。③薬品洗浄でも機能回復しなくなった場合、膜モジュールの交換が必要である。しかし、①に関しては、オゾン処理や活性炭処理、あるいは、『緩速ろ過』の前処理に、膜ろ過を用いて負荷を軽くする方法や、NF膜を用いる方法などが検討されており、近い将来には改善される見込みがある。

4. 家庭用浄水器

家庭用浄水器は15年ほど前から広く販売されるようになり、一時ブームとなつたが、使われている活性炭フィルター内で細菌が繁殖し衛生的でないという問題が表面化したため、需要が落ち込んだ時期があった。活性炭は様々な有機物の除去に効果があり、残留塩素までも除いてしまうことがその原因である。その窮状を救つたのが、細菌までもろ過してしまう中空糸膜フィルターである。そして現在、家庭用浄水器は普及率10%以上を誇るヒット商品となっており、その製品の9割以上が、活性炭と中空糸膜（浄水処理に使われるものと同等の精密ろ過膜）とによって構成されるフィルターカートリッジを採用している。その浄化プロセスであるが、水道水はまず活性炭部分に入り、そこで残留塩素やトリハロメタンなどの有機成分が吸着作用によって除かれ、次の中空糸膜部分

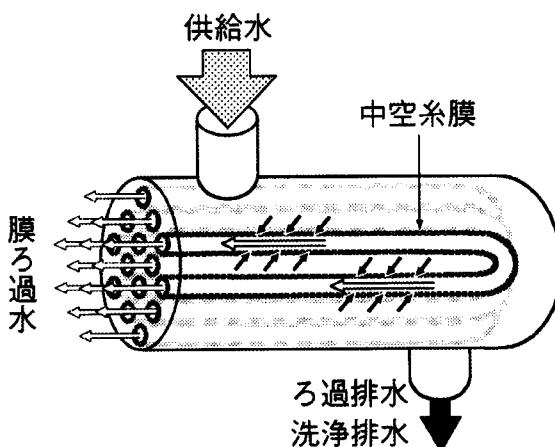


図3 中空糸膜モジュール (U字型)

で、細菌類やコロイド、鉄錆などの粒子状成分がろ過作用により取り除かれるというものである。

平成9年に国民生活センターが普及型の家庭用浄水器について比較テストを行い、興味深いデータを発表しているので簡単に紹介する。方法は、水をまずくする原因物質である残留塩素、かび臭物質、鉄および有機物（過マンガン酸カリウム消費量）、水の安全性に関わる汚染物質としてトリハロメタン（クロロホルム）、農薬（シマジン）および鉛を添加した水を浄水器に通水し、それぞれの除去率を測定するというものである。

今回テストされた9銘柄のうち、7銘柄に中空糸膜が採用されていた。それらは、中空糸膜を採用していない2銘柄と比較して、鉄および鉛の除去率が高く、膜ろ過の効果が顕著に現れていた。

残留塩素は、すべての銘柄で85%以上除去されていた。かび臭物質、トリハロメタン、農薬に関しては、9銘柄中8銘柄でカートリッジ使用開始時点において、80%以上の除去率が認められるものの、指定取り替え時期（表示ろ過能力の最終時点）には、項目によって半分以下の除去率になる銘柄もあり、ばらつきが大きかった。また、有機物に関しては、使用開始時点で40%前後の除去率を示したもののが7銘柄あったが、取り替え時点では1銘柄を除き全く除去されていなかった。このような除去率の変化は、活性炭の吸着能力の低下によるものであると考えられる。

5. おわりに

現在膜ろ過によって浄水処理を行っている施設のほとんどが、1日あたりの処理量1000以下の小規模施設である。その理由として、今までに実用化されている膜モジュールが小型であり、大量処理には向かないこと、あるいは、用地や管理技術者等の不足で問題を抱えている小規模浄水施設にとっては、自動化・省力化が可能な膜ろ過の方がメリットが大きいことが考えられる。しかし、さらにコンパクトで性能のよい大量処理用の膜モジュールが開発されれば、広大な敷地を有し、頑丈なフェンスで囲まれた現在の浄水場は一変し、浄水施設はすべて小じんまりとしたビルに納まり、余った敷地はだだっ広い公園に変わっている？ということが起こるかもしれない。そんな日のために、この雑文がお役に立てれば幸いである。

参考図書および文献

水道におけるろ過膜Q&A、(財)水道浄水プロセス協会
佐藤敦久、水処理 その新しい展開、技報堂出版
藤田賢二他、急速濾過・生物濾過・膜濾過、技報堂出版
浄水器の比較テスト結果(平成9年6月)、国民生活センター

(生活環境部 猪飼誉友)

暮らしの中のダニ対策

1 はじめに

ダニとは動物分類学上、節足動物門、蛛形綱、ダニ目に属し、サソリ目や真正クモ目に近縁の節足動物で、形態のうえでも若虫、成虫は脚が8本とクモに似ている。ダニには極めて多くの種が存在し、世界中で現在記録されているだけでも5万種以上にものぼるといわれ、わが国でも約1,700種が記録されている。しかし、そのほとんどが植物や動物に寄生したり、土中や水中に生息しており、家屋内から検出されるダニは100～150種である。このうち家屋内でダニの各ステージ（卵、幼虫、若虫、成虫）の全てが見つかる家屋内固有種は30～40種であり、その他は屋外から入り込んだ迷入種（オオサシダニ科、ワクモ科などの一部）である。

ある調査によれば日本人の3人に1人はアレルギー罹患者であるとされ、また、わが国の小児喘息の50～90%がダニやダニの糞などのダニアレルゲンによって引き起こされているといわれている。ダニアレルゲンは、気管支喘息やアトピー性皮膚炎などアレルギー疾患の最も重要なファクターのひとつである。家屋内にはチリダニ科やツメダニ科のダニをはじめとして、アレルギー疾患を誘発する多くのダニが生息していることが知られている（表1）。また、室内のダニがヒトを吸血したり刺咬したりする被害や、食品中などで大発生しヒトに不快感を与えるなどの被害も時としてみられる。ダニの発生には高温多湿という条件が必要であり、したがって従来は初夏から秋にかけて被害が多く訴えられていた。しかしながら、近年、住宅の高断熱化や高気密化によりダニが発生しやすくなり、その被害発生に関しては季節性がうすれつつあり、通年見うけられるようになってきている。

表1. アレルギー症を起こすダニ

ダニ	エサ	生息場所	アレルギー反応
チリダニ科	フケ、アカ	畳、床材、寝具	喘息、鼻炎他(q,r型)
ツメダニ科	ダニなど捕食	畳、床材他	皮膚炎(r型)
ホコリダニ科	カビ	畳、寝具	喘息(q型)
ニクダニ科	カビ、食品	畳、食品他	喘息、鼻炎(q型)
コナダニ科	カビ、食品	畳、食品他	喘息、鼻炎(q型)
ハリクチダニ科	ダニなど捕食	畳、床材他	皮膚炎(r型)

そこで、家屋内に生息するダニ（家屋内固有種）の中で、ダニアレルゲンとして特に問題になるチリダニ科とヒトを刺しかゆみを伴う皮疹を発症させるツメダニ科の特徴及び被害について解説する。さらに本年（平成10年）8月に厚生省より発行された「快適で健康的な住宅に関する

検討会議報告書」の中の「居住環境におけるダニ対策ガイドライン－暮らしの中のダニ対策－」で示されたダニの防除法について解説する。

2 チリダニ

チリダニは分類学上、ダニ目、無氣門亜目、チリダニ科に分類され、このチリダニ科には複数の属のダニが含まれる。その中でアレルゲンとして特に重要なのは、ヒヨウヒダニ属のヤケヒヨウヒダニ（俗名ヤケチリダニ）とコナヒヨウヒダニ（俗名コナチリダニ）である。家屋内で検出されるダニのうち70%以上をチリダニ科のダニが占め、さらにこのうちの95%以上をこの2種のヒヨウヒダニが占めるといわれる。

形態はヤケヒヨウヒダニ、コナヒヨウヒダニとともに体長が約0.3mm、体色は透明感のある乳白色である。

繁殖条件としては、温度20～30℃（特に25～28℃）、相対湿度60～80%が至適であり、高温には弱く50℃では30分以内に死滅し、また湿度50%以内では繁殖することができない。餌としては不飽和脂肪酸を多く含有するヒトのフケやアカ、それに食品屑などの室内塵を好んで食べる。カビも餌とするが、カビのみでは栄養的に不十分なため成虫まで生育しない。また、これらのヒヨウヒダニをはじめ家屋内のダニは背光性（暗いところを好むこと）をもち、畳、絨毯、寝具、衣類などに潜って産卵する。

ヤケヒヨウヒダニ、コナヒヨウヒダニは、アレルギー性喘息・鼻炎・結膜炎、アトピー性皮膚炎などのアレルギー疾患を誘発し、生虫、死虫、糞のいずれもがアレルゲンとなりうる。糞由来のアレルゲンはダニ虫体よりも大きさが小さく（10～40μm）、乾燥するとさらに小さくなるため空中に舞い上がり気道に入りやすく、アレルゲン量としても最大を占める（ヒヨウヒダニアレルゲン量の90%以上）。さらに、糞は虫体よりもアレルゲン活性が高い。また、ヒトの皮膚に付着した後、汗で溶けた糞由来のアレルゲンが直接的にアトピー性皮膚炎を発症させることも知られている。これらのことからヤケヒヨウヒダニ、コナヒヨウヒダニは、家屋内で検出されるダニの中で最も注意を要する種といえる。

3 ツメダニ

ツメダニは分類学上、ダニ目、前気門亜目、ツメダニ科に分類され、わが国的一般家屋内からは、ミナミツメダニ（学名ケラカラプロシス）やクワガタツメダニなどが検出される。ツメダニ科のダニは体長約0.5mmで、爪を持ち、頭部に針状の鋸角を持つ（図1）。鋸角は体内で唾

液腺とつながっており、刺すときに唾液を注入する器官で（図2）、唾液は餌の捕獲時に麻酔剤の働きをする。屋内塵に生息するダニ（共食いもする）や家屋内昆虫（チャタテムシなど）を餌として捕食し生息している。

繁殖の温度や湿度の条件、及び産卵場所は上述のチリダニ科のダニとほぼ同じで、温度25℃以上、相対湿度70%以上の環境を好む。そのため、ツメダニは建材や床材の含水量が高く保たれている築5年未満の家屋内の畳やウール絨毯などに繁殖生息することが多い。

また、ツメダニは偶発的にヒトを刺し、吸血はしないが体液を吸う。ヒトを刺すときも鉄角を通して唾液を注入し、その唾液がアレルゲンとなり遅延型アレルギー反応により皮疹を起こす。ツメダニによる刺傷は8~9月にかけて多数発生し、近年問題となっているダニによる刺咬被害のほとんどがツメダニ科のダニによるものである。



図1. ツメダニの鉄角

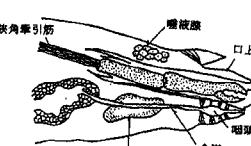


図2. 鉄角の断面

4 防除法

ダニ防除の基本は、ダニの生息繁殖条件をなくすか、一つでも減らすことである。「居住環境におけるダニ対策ガイドライン—暮らしの中のダニ対策—」で示されたチリダニ、ツメダニなど家屋内固有種のダニの具体的な防除方法として、住宅の構造を変える方法と毎日の生活様式を変える方法の二つがある（表2、表3）。

(1) 住宅の構造を変える方法

室内湿度が高くならないように換気扇を設置したり、床下の高湿度の影響を受けないよう床材との間に断熱材を入れ気密化・断熱化をはかると有効である。また、部屋毎の温度差をなくし結露を防ぎ、冬季の室内湿度が低く保たれる構造にする。暖房は、ヒートポンプエアコンや床暖房など結露の生じにくいものにし、さらに、床に置くものの数を極力減らし、ダニの潜む環境を少なくすることが望ましい。

(2) 生活様式を変える方法

よく掃除がなされている一般家屋でのダニ数及びダニの糞に由来するアレルゲン量は畳表面で、それぞれ約100匹/m²、100~200ng/m²といわれており、絨毯では300~1000匹/m²、5000~15000ng/m²、板間（フローリング）では10~50匹/m²、10~50ng/m²、布団表面では100~300匹/m²、3000~15000ng/m²であるとされている。

前述の「ダニ対策ガイドライン」では、畳の部屋のダ

ニ数は100~200匹/m²以下に、絨毯はダニ数300匹/m²、糞由来アレルゲン量1000ng/m²以下に、板間では10匹/m²、5ng/m²以下に、寝具では100匹/m²、1000ng/m²以下にすることが示されている。そのためには、仕事率150W以上の強力な紙パック式掃除機で頻繁に清掃をし、絨毯は家具などの下まで敷き詰めず、取り外しができるように置き敷きにすることが望まれる。また、寝具等は日光干し後に掃除機をかけたり、洗濯をすることによってダニ数も糞由来アレルゲン量も減らすことができる。

表2. ダニの防除法—住宅構造による方法—

換気扇の設置	室内湿度が高くならないように設置する。室内湿度は変えずに外気を導入できる換気扇がよい。
床下換気	床材の下が気密化・断熱化されていない場合には床下の高湿度の影響を受けないように施工する。床下に20cmのコンクリートを打つと湿気とシロアリ対策になる。
床材	木、クッションフロア等、ダニが侵入できないような床材がよい。畳は、畳よりも化粧畳の方がダニ数を減らすことができる。絨毯は敷き詰めず、はずして定期的に清掃できるようにするとよい。一部屋を広く取ると換気がしやすくなり、また、南北の部屋を仕切らない方が北側の部屋の結露を減らすことができる。
間取り	一部屋を広く取ると換気がしやすくなり、また、南北の部屋を仕切らない方が北側の部屋の結露を減らすことができる。
床面積	全面積から玄関、台所、トイレ、浴室、洗面所を除いた面積を居住者数で割って10m ² /人以上を望む。
暖房	床暖房など、結露が発生しない暖房方法がよい。

表3. ダニの防除法—生活様式による方法—

乾燥	換気 换気をしないと外気より5~20%湿度が高くなる。 冷暖房器 室内乾燥が大切。「ドライ・送風」は便利。 除湿器 留守中に使うと有効。 除湿剤 小物の防ダニに便利。 布団乾燥機 接触部分は50℃になり、殺ダニ可能。
加热	電気毛布 8段階の4のレベルでも数日でチリダニが死滅。 電気カーペット 加温により殺ダニ可能。
除虫	掃除機 ダニ、アレルゲン除去には限界がある。 洗濯機 アレルゲン除去率は高い（糞は水溶性）。 分割布団 布団がファスターで分割でき洗濯可能。 空気清浄機 ファン・フィルター式はやや有効。
侵入防止	高密度織維 ダニ、アレルゲンが侵入できないほどの横縦密度をもつツーリ、カバー、布団側地、ぬいぐるみ等があるが、市販品の一部には通気性に差がみられる。
忌避	防ダニ綿、毛布、絨毯 ダニを寄せ付けないものだが、効果が持続する商品は少ない。長期毒性の心配もある。

4まとめ

家屋内には、チリダニ科やツメダニ科を中心に広い相のダニが存在し、多くのアレルギー疾患を誘発することが知られている。また、昆虫や植物などに寄生したダニが偶発的にヒトを刺咬したり、ネズミや野鳥に寄生するダニが家屋内に侵入し、ヒトを吸血する被害もしばしば見うけられる。

したがって、衛生的な生活をするためには、日常の生活の中でダニの数を減らし、繁殖条件を取り除く努力が大切である。ダニ数とダニアレルゲン量を減少させる具体的な二つの方法を示したが、建築構造の欠陥やダニ繁殖要因が多くあると生活様式の変更を駆使してもダニ数は減りにくいため、新・改築、新居の購入時には十分な考慮が必要である。また、ネズミの駆除や野鳥の巣の除去などにより、家屋外から侵入するダニについての対策も必要である。

（生物部 斎藤寛史、後藤嘉子）

統計でよく用いる分布の相互関係（第1回）

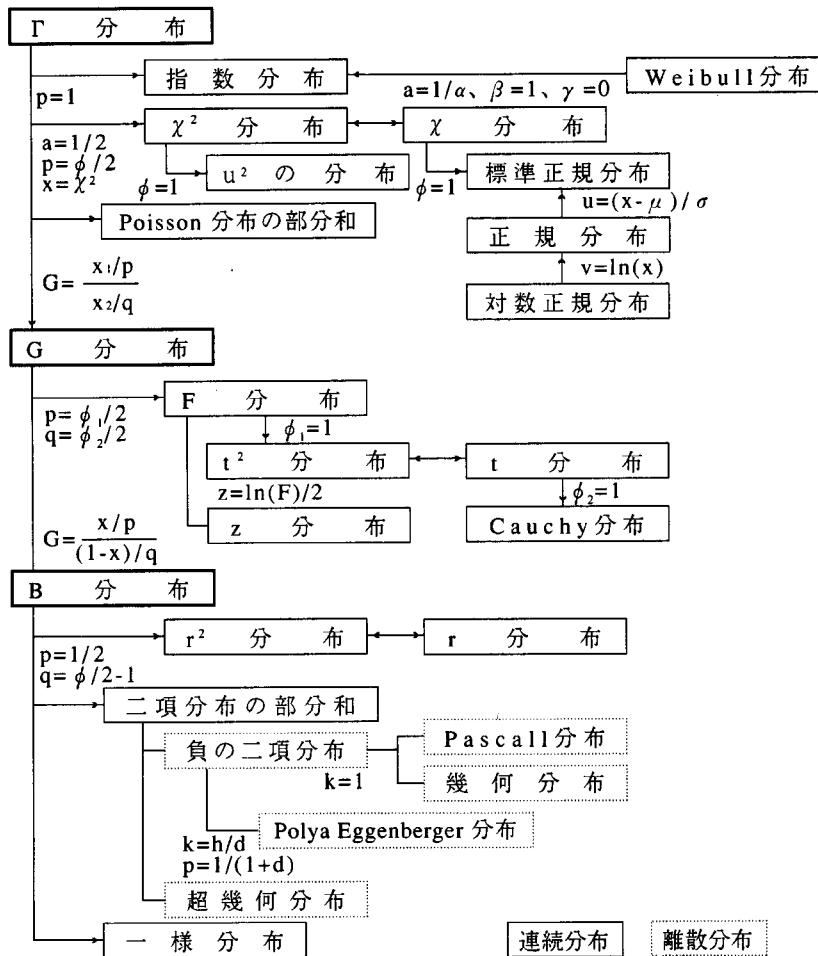
統計で用いられるそれぞれの分布は相互に関連しています。この関係を知ることは、有意差検定を始めとして、その都度計算する統計量を理解する早道と考えます。

正規分布に関連した分布（正規関連分布）には、良く知られた χ^2 分布、F分布、t分布があります。しかし、統計上重要な分布は、太枠で囲まれた3つの分布ですが、一般にはあまり知られていません。 χ^2 分布、F分布、t分布等は、これらの3つの分布の特別な場合の分布です。この意味で最も基本的な分布と考えられます。

この3つの基本分布も変数変換という方法を用いて相互に誘導でき、結局1つの分布より派生したと考える事が出来ます。

また、右図は統計上重要な分布及び連続分布と離散分布の関係を示しています。

次回より、右図の分布の相互関係について解説を行います。



確率密度関数	特性関数、モーメント	mean	variance	mode
Γ 分布 $f(x/a,p) = \frac{1}{\Gamma(p)} a^p x^{p-1} e^{-ax}$ $a,x,p > 0$	$f(t) = (1-it/a)^{-p}$ $E(x^k) = \frac{\Gamma(p+k)}{a^k \Gamma(p)}$	p/a	p/a^2	$\frac{p-1}{a}$
G 分布 $f(G/p,q) = \frac{1}{B(p,q)} (\frac{p}{q})^p G^{p-1} (1 + \frac{p}{q}G)^{-(p+q)}$ $p,q,G > 0$	$E(x^k) = \frac{\Gamma(p+k) \Gamma(q-k)}{(\frac{p}{q})^k \Gamma(p) \Gamma(q)}$	$\frac{q}{q-1}$ $q > 1$	$\frac{q^2(p+q-1)}{(q-1)^2(q-2)p}$ $q > 2$	$\frac{(p-1)q}{p(q+1)}$
B 分布 $f(x/a,p) = \frac{1}{B(p,q)} x^{p-1} (1-x)^{q-1}$ $p,q > 0, 0 < x < 1$	$E(x^k) = \frac{\Gamma(p+k) \Gamma(p+q)}{\Gamma(p) \Gamma(p+q+k)}$	$\frac{p}{p+q}$	$\frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}$	$\frac{p-1}{p+q-2}$ $p+q > 2$