

授業アドバイスシート

【中学校数学①】

事象を読み取り、表や式、グラフを関連付け、問題解決の方法を説明する学習に取り組もう

実態

- 設問6(1)「グラフ上の点Pのy座標と点Qのy座標の差が表す事象を選択する」問題について、平均正答率は41.1%と低かったです。y座標が総費用を表していることから、y座標の差も総費用を表していると、43.6%の生徒が誤って解答していました。グラフが何を表しているのかを、事象と関連付けて捉えることができていない実態があります。

対策

- ① 具体的な事象を、表や式、グラフと関連付けて捉える課題を設定しましょう。
- ② 問題解決の方法を話し合ったり、説明したり、振り返ったりする活動を取り入れるようにしましょう。

<対策のポイント>

- 事柄を表や式、グラフと関連付けて捉えられるようにしましょう。
 - ・ 身近な場面や生活で直面するケースを提示するなどして、数学的な事象として捉えられるようにしましょう。
 - ・ グラフを事象に即して解釈したり、表で与えられた事象を基にグラフを読み取ったりできるようにしましょう。
- 表や式、グラフを活用した問題の解決方法を説明する場面を作りましょう。
 - ・ 説明や振り返りを行う際には観点を示し、考えを焦点化しましょう。
 - ・ 問題解決の方法を数学的根拠を基にして説明できるようにしよう。

取組例**どちらの総費用がかからないか考えよう**

自動車の購入を検討する場面を提示し、総費用がかからないようにするにはどうすればよいかを検討する学習活動です。表やグラフと関連付け、グループで説明し合いながら学習を進めます。

自動車の購入を検討しています。自動車A、自動車B、自動車Cについて調べたことを、表に整理しました。作成した表をもとに、条件に応じて総費用が一番かからない自動車を考えましょう。

1. 事柄を表や式、グラフと関連付けて捉える。

自動車の購入を検討しています。自動車A、自動車B、自動車Cについて調べたことを右の表のようにまとめました。使用年数に応じた総費用を考え、一番総費用がかからない自動車を購入しようと考えています。

	自動車A	自動車B	自動車C
自動車の購入価格	200万円	240万円	260万円
1年間あたりのガソリン代	12万円	7万円	5万円

それぞれの自動車において、1年間あたりのガソリン代は一定であるとして考え、自動車税等の諸経費は考えないものとする。

$$(\text{総費用}) = (\text{自動車の購入価格}) + (1 \text{年間あたりのガソリン代}) \times (\text{使用年数})$$



5年間使用するときの、それぞれの自動車の総費用を求めましょう。



自動車A 260万円
自動車B 275万円
自動車C 285万円



自動車Aが、260万円で一番総費用がかからないけど、一年間あたりのガソリン代が自動車Bや自動車Cに比べて高い。いつか総費用が等しくなるはずだ!!



自動車Aを購入して、 χ 年間使用するときの総費用を y 円として、関係を表や式、グラフに表してみよう。



自動車Aは $y = 200 + 12\chi$ だね。
これを基にグラフに表してみよう。

表や式、グラフに表す学習を通して、事柄を数学的に捉えられるようにしましょう。また、表した表や式、グラフを用いて、具体的な使用年数の総費用を求める学習を通して、具体的な事象との関連付けを図ることが大切です。

2. グラフから読み取り、具体的な事柄と関連付けて考える。



自動車Aを10年間使用するときの総費用を求めましょう。



自動車Aの10年間使用したときの総費用は、グラフの点Rから分かるよ。

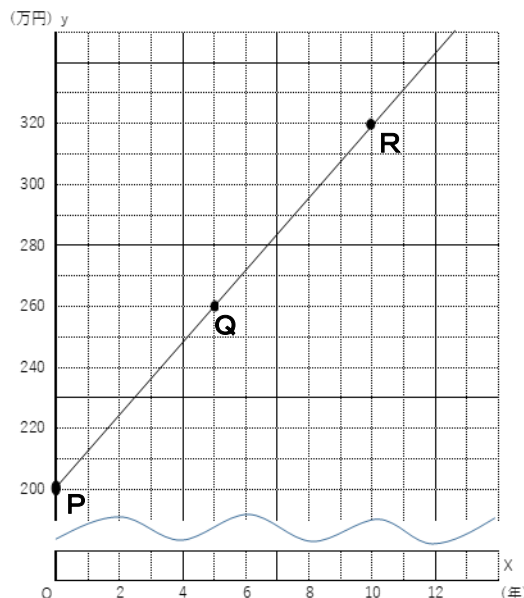


自動車Aは、購入から10年間でガソリン代はいくらかかるのでしょうか。

点Rと点Pの差を考えればよさそう。



点Rと点Pの差ということは分かるけど、 x 座標と y 座標のどちらに着目するのいいのかな。自動車Bも、自動車Cのときも着目する部分は同じかな。



具体的な事柄とグラフの関係を捉えることができるように、具体的な使用年数での総費用を求める学習を取り入れるなどの工夫を考えましょう。また、グラフのどこに着目することが必要であるのかを考えられるようにすることが大切です。

3. 表や式、グラフを活用した問題の解決方法を説明する。



何年間使用すると、自動車Aと自動車Bの総費用が等しくなるのでしょうか。

自動車Aと自動車Bの使用年数と総費用の関係を表すグラフの交点を読み取ると、総費用が等しくなる使用年数が分かるよ。

表にして総費用を比べると、総費用が一致する使用年数があったよ。

自動車Aと自動車Bの使用年数と総費用の関係を表す式を連立方程式にし、解くと、総費用が等しくなる使用年数が分かるよ。



自動車Bと自動車Cの場合はどうだろうか。

どの方法でも総費用が等しくなる場合が分かるんだね。

表は具体的で分かりやすい。グラフの交点は一目で分かる。連立方程式を用いた解き方は、正確な値が求められる。それぞれに良さがあるね。

表や式、グラフを用いた問題解決の方法を話し合ったり、説明したり、振り返ったりする活動を取り入れ、表や式、グラフを関連付けて考える機会を大切にしましょう。

授業アドバイスシート

【中学校数学②】

資料の傾向を捉え、推測される事柄を、数学的な表現を用いて説明できるようにしよう

実態

- 設問8(2)「資料から推測される事柄が適切ではない理由を、ヒストグラムの特徴をもとに、数学的な表現を用いて説明する」の平均正答率は39.2%で、全国と比較して-1.6ポイントの差がありました。無回答率も、20.4%と高く、推測される事柄が適切であるかどうかを、どこに着目するとよいかの判断ができていない実態があります。



対策

- ① 身近な生活の事象を取り上げ、資料の分布を読み取り、事象について批判的に考察し判断する機会をもちましょう。
- ② 推測される事柄とその根拠を、代表値を用いて説明できるように、事象と関連づけて考えられるようにしましょう。

<対策のポイント>

- 資料の傾向を捉えて、分布の傾向を読み取ることができるようにしよう。
 - ・ ヒストグラムの階級や度数に着目できるように指導しましょう。
 - ・ 分布が非対称であったり、極端に離れた値があったりする場合の分布を取り上げ、平均値以外にも最頻値や中央値等に着目して推測される事柄が適切であるかどうかを吟味するようにしましょう。
- 推測される事柄を、数学的な表現を用いて説明できるようにしよう。
 - ・ 着目する視点を明確にすることで、推測される事柄が正しいかどうか、判断をしやすくするための支援をしましょう。
 - ・ グラフのどの部分に着目しているのかが分かるよう、視覚的に示しましょう。

取組例 読書時間の傾向を捉えて説明しよう

生徒の読書時間について集計したアンケートを基に、読書時間の傾向について数学的に説明する学習活動です。批判的に考察し判断することを大切にしています。

前の時間には、実施したアンケートを集計し、読書時間について表とヒストグラムに整理しました。作成した表とヒストグラムから、生徒の読書時間の傾向について説明しましょう。

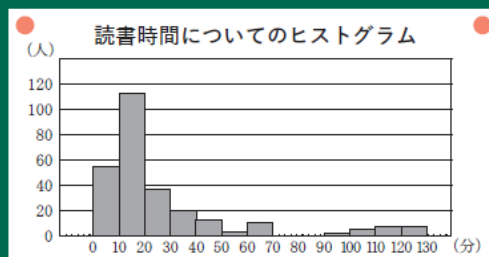
1. 1日あたりの読書時間に注目して、生徒の読書時間の傾向について考える。



1日あたりの読書時間について、どのような特徴があるといえそうですか。調べたことを基に発表してみましょう。

1日あたりの読書時間について特徴を調べよう

	平均値	最大値	最小値
1日あたりの読書時間(分)	26.0	120	0



Aグループの発表

一番読書をしている人は120分で、全く読書をしていない人もいます。平均値が26分だから、1日に26分ぐらい読書をしている生徒が多いといえそうです。

Bグループの発表

ヒストグラムを見ると、読書時間が20分未満の人が多くけれど、90分以上の人もいます。



それでは2つのグループの発表した内容について検討してみましょう。

資料の傾向を捉えて、推測できそうな事柄を考えることを大切にしましょう。また、その根拠をグループで話し合わせることで、資料を捉える視点が明確になることが期待できます。

僕はAグループのように、平均値で考えたよ。

航平さんは平均値が26分だから、ほとんどの人が1日に26分ぐらい読書をしていると考えたの？

航平さん



桃子さん

私はBグループのように、ヒストグラムの階級の度数を見て考えたよ。

ヒストグラムを見ると26分ぐらいの生徒が多いとはいえないのではないかな。



平均値が26分だから、26分ぐらい読書をしている人が多いと判断してよいでしょうか。



ヒストグラムを見ると、10分以上20分未満の階級の度数が大きいから、26分ぐらい読書をしている人が多いとはいえないと思います。



僕もいえないと思います。なぜなら、ヒストグラムが左側に偏っているからです。



平均値である26分を含んだ階級の位置やその大きさを比較して説明しないとイケないんじゃないかな。



そうですね。ヒストグラムの特徴を基に「1日に26分ぐらい読書をしている人が多いといえそうだ」という考えが適切ではない理由を、平均値である26分を含んだ階級の位置やその大きさに着目して説明することはできないでしょうか。



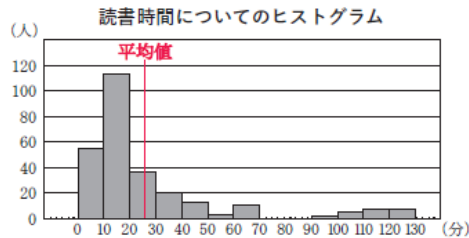
着目する視点を明確にすることで、推測される事柄が正しいかどうかの判断ができるようになります。数学的な表現を用いて説明するとともに、グラフのどの部分に着目しているのかが分かるように、視覚的に示す工夫も必要です。



10分以上20分未満のところが、ヒストグラムの山の一番高いことから説明できそうです。



平均値の26分が含まれる階級よりも、10分以上20分未満の階級の方が度数が大きいことから説明できそうです。



それでは、「1日に26分ぐらい読書をしている生徒が多いといえそうだ」という考えが適切ではない理由について、もう一度まとめてみましょう。

桃子さんのノート

1日あたりの読書時間である26分は山の頂上の位置にないので、1日に26分ぐらい読書をしている生徒が多いという考えは適切ではありません。

航平さんのノート

最初は平均値だから26分ぐらいが多いと思っていたが、ヒストグラムを見てみると1日あたりの読書時間である26分が含まれる階級は、度数が最大となる階級ではないので、1日に26分ぐらい読書をしている生徒が多いという考えは適切ではないことがわかりました。



桃子さんと航平さんのノートから、データの分布の様子を読み取る際には、ヒストグラムの階級の位置やその大きさに着目して考えることが大切であることが伝わりますね。



生徒の発想を大切に、データを様々な角度から批判的に考察できるような学習を構想しましょう。

2. さらなる問題を見いだす。



1日あたりの読書時間の傾向について調べてきました。1日あたりの読書時間について、さらに調べてみたいことはありませんか。



中央値や最頻値とヒストグラムを見て調べるといいね。

階級の幅を変えたら、データの分布の様子は変わるのかな。

データを学年ごとに分けて調べてみたら、学年によって何か違いがあるのかな。

データを平日と休日に分けて調べてみるのもいいね。



参考：令和元年度授業アイデア例（国立教育政策研究所教育課程研究センター）

授業アドバイスシート

【中学校数学③】

既習の問題や解決課程を用いて、統合的・発展的に考察する
場面を設定しよう

実態

- 設問9(2)「連続する5つの奇数の和が中央の奇数の5倍になることを説明する」の平均正答率は全国を上回ったものの、61.8%と低かったです。また、無回答率も16.5%と高く、事柄が成り立つ理由を説明することができていない実態があります。



対策

- ① 一旦解決された問題やその解決過程を振り返り、共通する数学的な性質を見いだす機会をもちましょう。
- ② 数学的概念を一般化したり拡張したりするなど、発展的に考察する場面を設定しましょう。

<対策のポイント>

- 既習の数学的結果を、事象に即して解釈する学習活動をしよう。
 - ・ 前時までの学習をもとに、取り組みやすい課題を設定しましょう。
 - ・ 共通する性質を考えるために、教師がきっかけの発問をするように心がけましょう。
 - ・ 目的意識をもって問題の条件や仮定を見直し、発展的な考察へとつなげましょう。

取組例

連続する奇数の和について成り立つことは何だろう

前時までに学習した、連続する3つの奇数の和、連続する5つの奇数の和について成り立つ事柄をもとにして、連続する4つの奇数の和についても成り立つ事柄を見いだす学習活動です。



前の時間に引き続き、連続する奇数の和について考えます。4つの連続する奇数にしたとき、その和はどんな数になるでしょうか。

1. 連続する4つの奇数の和が、何らかの数の4倍になることについて調べる。



連続して並んでいる奇数の個数とそのときの和について、何かわかることはありますか。前の時間のまとめをみて考えましょう。

気付いたことを話し合う中で、数学の用語を用いながら表現し、共通する性質を見いだすことが大切です。性質を考えるための教師のきっかけの発問を、下線部で表しています。



奇数の個数が3つのときは3倍で、5つのときは5倍になっているね。

前の時間のノート

連続する奇数の和についてわかったこと

- ・連続する3つの奇数の和は、中央の奇数の3倍になる。
- ・連続する4つの奇数の和は、中央の奇数がないため考えなかった。
- ・連続する5つの奇数の和は、中央の奇数の5倍になる。



奇数の個数が□個のとき、中央の奇数の□倍になっているのかな。



連続する4つの奇数の和については、中央の奇数がないため考えませんでした。「□個のとき、□倍」になっているということから、連続する4つの奇数の和にはどのようなことがいえそうですか。



同じように考えると、連続する4つの奇数の和は、何らかの数の4倍になっているのではないかな。



連続する4つの奇数の和は、何らかの数の4倍になりそうだと考えたのですね。このことがいえるかどうか考えてみましょう。

予想 連続する4つの奇数の和は、何らかの数の4倍になる。

$$\begin{aligned} 3 + 5 + 7 + 9 &= 24 = 4 \times 6 \\ 7 + 9 + 11 + 13 &= 40 = 4 \times 10 \\ 11 + 13 + 15 + 17 &= 56 = 4 \times 14 \end{aligned}$$

どれも4倍になっている。

何らかの数？

n を整数とし、連続する4つの奇数は
 $2n+1, 2n+3, 2n+5, 2n+7$ と表せる。
それらの和は、

$$\begin{aligned} &(2n+1) + (2n+3) + (2n+5) + (2n+7) \\ &= 2n+1 + 2n+3 + 2n+5 + 2n+7 \\ &= 8n+16 \\ &= 4(2n+4) \end{aligned}$$

計算してみたら、6, 10, 14の4倍になったよ。

$4(2n+4)$ から、4倍になることがわかったよ。

確かに何らかの数の4倍になっているね。

何らかの数が6, 10, 14だね。これらの数は何を表しているのかな。



2. 連続する4つの奇数の和について、何の4倍になっているかを明らかにする。



では、いったい何の4倍になっているか調べてみましょう。



6, 10, 14は偶数だね。

$4(2n+4)$ の $2n+4$ も偶数だよ。



何らかの数が偶数であることはわかりましたね。さらにわかることはありませんか。



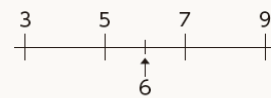
6は5と7の間, 10は9と11の間, 14は13と15の間にある偶数だね。

$2n+4$ は $2n+3$ と $2n+5$ の間にある偶数だね。

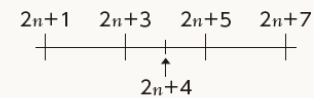


なるほど, 6と $2n+4$ は, 4つの奇数の真ん中にある数とみることができるね。

$$3 + 5 + 7 + 9 = 4 \times 6$$



$$(2n+1) + (2n+3) + (2n+5) + (2n+7) = 4(2n+4)$$



6, 10, 14 や $2n+4$ は 4つの奇数のちょうど真ん中にある数, つまり, 4つの奇数の中央の数であるとみることができますね。このことから, 連続する4つの奇数の和について, どのようなことがいえますか。



連続する4つの奇数の和は, 中央の数の4倍になるといえます。

3. 連続する奇数の和について考察したことをまとめる。



中央の数に着目すると, 連続する3つの奇数の和や連続する5つの奇数の和について, どのようなことがいえますか。



連続する3つの奇数の和でも, $2n+3$ は中央の数なので, 連続する3つの奇数の和は, 中央の数の3倍になるといえます。

連続する5つの奇数の和でも, $2n+5$ は中央の数なので, 同じようなことがいえます。



連続する奇数の和について, 中央の数に着目することで, どのようなことを考えられるようになりましたか。

連続する奇数の和についてわかったこと

- ・連続する3つの奇数の和は, 中央の数の3倍になる。
- ・連続する4つの奇数の和は, 中央の数の4倍になる。
- ・連続する5つの奇数の和は, 中央の数の5倍になる。

⇒ 中央の数に着目することで, 中央の奇数がない場合でも考えることができた。



中央の数に着目することで, 中央の奇数がない場合でも連続する奇数の和について考えることができました。



連続する数の和について, これらの性質を使って, 他にもいろいろ広げて考えてみましょう。



10個でも20個でも, 和を計算できる式が作れそうだね。



連続する偶数の和でもできるのかな。



正の数だけではなく, 負の数でも同じことが言えるのか, 確かめてみたいです。